

MATEMATIKA 9. osztályos tankönyv végeredményei, megoldásai

4. témakör: Bevezetés a geometriába (39–51. leckék)

39. lecke

Feladatok

- | | | |
|--------|--------------------|--------------|
| a) X | b) $A; K; X$ | c) $H; N; Z$ |
| d) M | e) $A; E; H; T; X$ | f) Nincs. |
- | | |
|--|---|
| a) $e \parallel f; i \perp f; i \perp g$ | b) $\beta = 130^\circ; \gamma = 50^\circ; \delta = 130^\circ$ |
|--|---|
-
- Nagymutató: 240° -ot, kismutató: 20° -ot.
- 20° -os.
- | |
|---|
| a) $130^\circ; 65^\circ; 50^\circ; 25^\circ$. |
| b) Egyállásúak például β és ε . Váltószögek α és λ . Kiegészítőszögek λ és φ . |

Házi feladat

- | | | |
|----------------|---------------|----------------|
| a) 150° | b) 20° | c) 165° |
|----------------|---------------|----------------|
- | | | |
|-----------------|---------------|---------------|
| a) $22,5^\circ$ | b) 90° | c) 64° |
|-----------------|---------------|---------------|
- | | |
|------|---------------|
| a) 2 | b) 90° |
|------|---------------|
- $30^\circ; 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ$
- | | | | | |
|-----------|---------|---------|---------|---------|
| a) Nincs. | b) Van. | c) Van. | d) Van. | e) Van. |
|-----------|---------|---------|---------|---------|

40. lecke

Feladatok

1. 180° ; 60° ; 135° ; 105° ; 120° ; 360°
2. Igaz; hamis; igaz; igaz; hamis; hamis; igaz; igaz.

Az első kiadásban ebben a leckében innentől hibás a feladatok számozása, tévedésből újra 1-től indul.

3. a) $22,5^\circ$; 45° ; $67,5^\circ$.
4. 150°
5. a) *ECD*; *ADE*; *BEA*; *CAB*; *DBC* b) *EAT*; *EAC*; *ABP*; *ABD*; *BCQ*; *BCE*; *CDR*; *CDA*; *DES*; *DEB*
c) $AD = BD$ (2 kék + 1 zöld szakasz), AD -vel és BD -vel szemközti szögek egyenlők.
d) Az a) és b) részben: 36° ; 36° ; 108° ; a c) részben: 36° ; 72° ; 72° .
6. 40° és 50° . 20° és 70° .

Házi feladat

1. 20°
2. *RDS*; *SET*; *TAP*; *PBQ*; *QCR*
3. Két eset van: 43° ; 43° és 94° ; vagy $68,5^\circ$; $68,5^\circ$ és 43° .
5. a) 45° ; $67,5^\circ$; illetve $22,5^\circ$.
b) *CMK* háromszögben van két 45° -os szög, ezért egyenlő szárú. *MKB* háromszögben van két $22,5^\circ$ -os szög, ezért egyenlő szárú.

Ráadás

A negyedikre.

41. lecke

Feladatok

1. a) 37,5 b) 12,5 c) 6 d) 4,5 és 8 e) Igaz.
2. 112 m; 6696 m²
3. a) Nem. b) Igen.
4. Oldalak: 28 cm; 45 cm; 53 cm.

Házi feladat

1. $e = \sqrt{49,64} \text{ cm} \approx 7,046 \text{ cm}$ $f = \sqrt{50} \text{ cm} \approx 7,071 \text{ cm}$

A második téglalap (a négyzet) átlója hosszabb.

2. $\sqrt{34} \text{ km} \approx 5,8 \text{ km}$

3. 195,8 métert

4. a) Hamis; igaz; hamis; hamis; igaz. b) Hamis; hamis; igaz; igaz; igaz.

42. lecke

Feladatok

- 13,5 cm
- a) 11,8 dm b) 10,4 m c) 11,4 m; 9,87 m
- a) Szabályos háromszög; oldala kétszerese az eredetinek. b) 6,9 cm
- Két lehetőség van; $CD = 4(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ vagy $CD = 4(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

Házi feladat

- $x = 0,8 \cdot \sqrt{3} \approx 1,39$ (cm) $y = 2,4 : \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 2,77$ (cm)
 $z = 5 \cdot \sqrt{2} \approx 7$ (m) $v = 5 : \sqrt{2} \approx 3,5$ (m)
- $h = 25$ m $x = 25 \cdot \sqrt{2} \approx 35,4$ (m); $y = 2h = 50$ (m) $25 \cdot \sqrt{3}$ m
- a) $46 : \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 53$ (cm)

Emelt szint

- a) PCB' szög 45° ; $QB'D$ szög 45° b) $K = 2b + a\sqrt{2}$; $T = 2ab - 0,5a^2 - b^2$
- a) $\sqrt{3}$
- 1; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$
- a) $18 \cdot \sqrt{3}$ cm² b) $(54 + 18 \cdot \sqrt{3})$ cm²

Ráadás

- $k > l$ esetén $2kl$; $k^2 - l^2$ és $k^2 + l^2 > 0$
 $(2kl)^2 + (k^2 - l^2)^2 = 4k^2l^2 + k^4 - 2k^2l^2 + l^4 = k^4 + 2k^2l^2 + l^4 = (k^2 + l^2)^2$
- Az előző feladat alapján: $2kl = 20$ $kl = 10$ és $k > l$ miatt,

$k = 5, l = 2$, ekkor 20; 21; 29

$k = 10, l = 1$, ekkor 20; 99; 101.

3. Nem létezik.

1 nem lehet a leghosszabb oldal. $a^2 + 1 = b^2 \Rightarrow 1 = b^2 - a^2 = (b + a)(b - a)$, az 1-et nem lehet két különböző egész szám szorzatára felbontani.

4. Nem létezik.

$a^2 + b^2 = 4$, erről rögtön látszik, hogy nem teljesülhet,

vagy $a^2 + 2^2 = b^2 = b^2 \Rightarrow 4 = b^2 - a^2 = (b + a)(b - a)$

$4 = 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$. A két szorzótényező közül az egyik $b + a$, a másik $b - a$. Ebből látszik, hogy a és b nem lehet egész szám.

43. lecke

BEVEZETŐ I. kérdésére a helyes válasz: B4.

Feladatok

1. b)–c) A cm-ben lemerő távolság 0,2-szerese adja meg km-ben a távolságot.
d) Például cérna segítségével.

2. 2,60 cm; 5,2 cm.

3. 4,24 m; 5,66 m.

4. a) $BC; CG; DC. / AB; AD; DH; BF; FG; GH. / AE; EF; EH.$

b) $AB; AD; AE; BC; BF. / EF; DC; EH; DH; FG; CG. / GH$

c) $AB; BC; EF; BF; FG; GH; DC, CG. / EH; DH; AD; AE$

5. (7; 7)

Házi feladat

1. a) $m = \frac{6}{\sqrt{2}} \approx 4,24$ (cm); $d_{KP} \approx 12,96$ cm b) $m = 3$ m; $d_{KP} = 13,5$ m

2. A rajz alapján $1 \text{ km} \approx 1 \text{ cm}$ Ez alapján 4,6 km távolságra van.
A megteendő út kb. 6 km.
3. a) 3 cm b) $3\sqrt{2}$ cm c) $3\sqrt{3}$
5. Az e és f távolsága 4 cm vagy 8 cm; e és g távolsága 5 cm vagy 9 cm;
 f és g távolsága 1 cm vagy 13 cm.

Ráadás

2. a) Kb. 1900 km b) az Antarktisz területe kb. 6 000 000 km²
3. Balczó (András)

44. lecke

Feladatok

1. a) 3,3 cm b) 9,8 cm; 3,2 cm
2. a) 9,66 cm
3. 48 cm
4. 5 cm sugarú koncentrikus kört.

Házi feladat

1. ≈ 150 cm, 150 cm
2. 6,4 cm
3. Megszerkesztjük a körök középpontjai által alkotott háromszög középpontját. Ez lesz a keresett kör középpontja. A háromszög köré írt kör sugara legyen R . Az egyik megoldás $r = R + 1$, ez a kör kívülről érinti a három kört. A másik megoldás a három kis kört belülről érintő kör, $r = R - 1$ (cm).
4. 164 cm

45. lecke

Feladatok

1. a) 2,31 cm; 1,15 cm b) A fele.
2. Nincs.
3. 3,19 cm

Házi feladat

4. 13° , 32° és 135° ; valamint 13° , 45° és 122° ; illetve 45° , 32° és 103° .

Ráadás

A felső ábrán a legnagyobb kör sugarát jelöljük R -rel, (ekkor a középső kör sugara $R/2$), a legkisebb kör sugarát r -rel.

Felírható a Pitagorasz-tétel: $\left(r + \frac{R}{2}\right)^2 = (R - r)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2$

Az alsó ábrán a nagy körök középpontjainak a távolság megegyezik a sugárral (R).

Felírható a Pitagorasz-tétel: $(R - r)^2 = r^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2$

46. lecke

Feladatok

1. a) Igen. b) Igen. c) Igen. d) Nem.
2. a) 4,2 cm b) 1,4 cm; 2,8 cm c) 4,85 cm
3. a) 32,5 cm; 28 cm; 16,5 cm b) 43,28 cm; 58,38 cm
4. a) 9 mm b) $9\sqrt{2}$ mm c) 18 mm d) 93 mm
e) $9\sqrt{2}$ mm
5. Középvonalak: 21 cm; 14,5 cm; 14,5 cm; a súlyvonalak: 20 cm; 33 cm; 33 cm.

Házi feladat

1. 2,4 cm, illetve 4,16 cm.
2. b) Látható, hogy OS hossza körülbelül kétszerese SM hosszának. (Belátható: $OS = 2 SM$)
3. A súlypont köré írható kör középpont: $\frac{5}{6}$ dm; súlypont-magasságpont: $\frac{5}{3}$ dm
4. 3,6 cm, 3,6 cm

47. lecke

Feladatok

1. a) Igaz. b) Hamis. c) Igaz. d) Hamis.
 e) Igaz. f) Igaz. g) Igaz. h) Igaz.

2. a) Mindkét egyenestől (e és f) kisebb, mint 3,5 cm távolságra lévő pontok.
 b) K ponttól nagyobb, mint 3, és (ugyanakkor) P ponttól legfeljebb 2 egység távolságra lévő pontok.
 c) B ponttól való távolsága legalább 2 km, és ugyanakkor B -hez közelebb lévő pontok, mint A -hoz.
 d) K ponttól 6 egység távolságra lévő pontok, melyek az e egyenestől legfeljebb 1 egység távolságra vannak.
 e) K ponttól 6 egység távolságra lévő pontok, melyek legalább olyan távolságban vannak az f egyenestől, mint az e egyenestől.

3. 1375 méter

4. Két eset van: 13 cm vagy 27 cm.

5. A Pitagorasz-tétel segítségével:

 Pl. 1 egység befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszög átfogója ($\sqrt{2}$ egység), illetve a 2 egység oldalhosszúságú szabályos háromszög magassága ($\sqrt{3}$ egység).

Házi feladat

2. 12,6 méter.

3. a) Közel derékszögű (a Pitagorasz-tétel megfordítása segítségével).
 b) A T (Tatabánya) csúcsnál.

4. 169 cm

48. lecke

Házi feladat

2. a) Az egyenes és a kör metszéspontjaiból.
b) Hegyesszögből. c) Tompaszögből.
4. a) 6 cm b) 15° c) 30° és 60° d) 3 cm

49. lecke

Feladatok

1. 2,95 cm-esek.
3.
 - a) A Thalész-tétel és az egyenlő szárú derékszögű háromszög tulajdonságainak felhasználásával.
 - b) a távolságok: $25\sqrt{2}$; $25\sqrt{2}$; $25\sqrt{10}$.
4. a) Hegyesszögű, mert $6^2 + 8^2 < 9^2$ b) 4,5 cm (a Thalész-tétel megfordítása miatt).
5. a) Lásd az előző feladat b) része. b) Igaz.

Házi feladat

1. 4,45 cm

50. lecke

Feladatok

1. 72 dm^2 ; 16 dm^2 ; $62,4 \text{ m}^2$
2. a) 8 cm és 6 cm b) 24 cm^2 c) 2,4 cm
3. 33,33%
4. a) 13,9 m és 10,4 m b) $83,1 \text{ m}^2$ c) 52,3 m
5. $\approx 102 \text{ m}^2$

Házi feladat

1. Igen, a négy háromszög területe egyenlő (egyforma oldal, azonos magasság).
2. a) 14,4 cm b) $57,8 \text{ cm}^2$ c) 7,71 cm
3. A
4. $K = (70 + 40\sqrt{2}) \approx 126,6 \text{ (cm)}$; $T = 10^2\left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2} + 1 + 2\right) \approx 653,1 \text{ (cm}^2\text{)}$

Emelt szint

- a) A legnagyobb egyenlő oldalú háromszög magassága a legkisebb egyenlő oldalú háromszög szaggatott oldalának meghosszabbítása. (Lásd szögek.)
- b) a) $\approx 27,3 \text{ cm}$, $\approx 54,6 \text{ cm}$ b) 12,5% c) 12,5%

51. lecke

Feladatok

- 6,93 m; 14,73 m
- a) 25° ; 65° b) 8 cm
- a) $16,37^\circ$; $73,63^\circ$ b) 69° ; 111° c) 85° d) Nincs ilyen.
- $21,25 \text{ cm}^2$
- a) 13 km b) 21,2 km c) 5,5 km d) 15°
- Segít a pontok megtalálásában, ha berajzoljuk a BC oldal felezőmerőlegesét, és az A középpontú 1 cm sugarú kört.
- 180 cm^2
- 14,5 m

Tudáspróba

- Kék: $\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}^2$; piros, fehér: $\frac{3\sqrt{3}}{8} \text{ m}^2$
- a) $5\sqrt{2}$ b) 5
- 30° ; 70° ; 80°
- $14\sqrt{3} \text{ m} \approx 24 \text{ m}$
- a) A Thalész-tétel felhasználásával.
b) A belső szögfelezők metszéspontja adja a kör középpontját.
- 34,6 cm, 80 cm; 34,6 cm

Témazáró feladatgyűjtemény

1. a) $172,5^\circ$ b) 100°
2. a) 70° ; 70° b) 80° ; 20° c) 30° ; 30° ; 120°
3. 5 ilyen háromszög van; a terület lehet 15 cm; 16 cm; 17 cm; 18 cm; 19 cm.
4. A másodiknak: $\sqrt{31,85} > \sqrt{31,81}$
5. a) A házikók alapját az 55 cm-es oldalra illesztjük. 5 házikót az egyikre, 5-öt a másikra. A háztetők fűrészfogszerűen helyezkednek el középen. A szükséges magasság így $10 + 8,66 + 10 = 28,66$, tehát elegendő a 29 cm-es lapszélesség.
b) 10%
6. 31,6 m, elférne.
7. 0 cm; $\approx 5,5$ cm
8. 2,5 méter
9. 105°
10. a) 1,73 cm b) 3 cm
11. 6,21 egység
12. 60°
13. A
15. 52° , 56° és 72°
19. 16 cm
20. 3,5 cm
21. 17,7 cm
22. 164,6 cm, 105,9 cm és 181,1 cm (a súlyvonalak: 44,5 cm, 82,3 cm és 55,9 cm).
24. 10 mm és 10,5 mm
25. 2,77 cm
26. 12,5 cm
27. $AB/2$
28. 15° és 75° . (Tükrözzük a háromszöget az átfogójára a Thalész-körben! A derékszögű csúcs és képe által meghatározott szakasz hossza megegyezik a kör sugarával. Ennek végpontjait összekötve a középponttal szabályos háromszöget kapunk. Ezekből következtethetünk az ismeretlen szögekre.)
29. a) 0,9025 területegység b) $\approx 4,97$ egység, $\approx 4,54$ egység
30. a) 1,92 területegység b) $\approx 6,9$ egység
31. 4. ábra

32. $\frac{3}{8}$ része

33. B

34. C

35. a) ≈ 520 cm b) Igen. $x = 50 \cdot (3 \cdot \sqrt{3} - 4) \approx 59,8$ cm

37. Nem. Nem egy síkban vannak.