

**MATEMATIKA 9. osztályos tankönyv végeredményei**  
**6. témakör: Egybevágóság, négyszögek (69–76. leckék)**

**69. lecke**

**Feladatok**

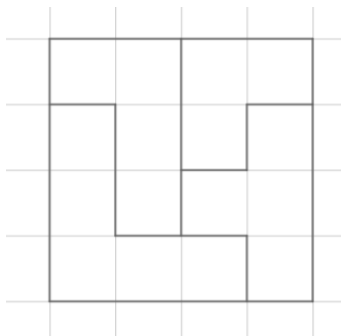
1. C
6. Háromszöget (mely hasonló az eredetihez).
7. Az adatoktól függően legfeljebb 6 megoldás lehet.

**Házi feladatok**

3. a) paralelogramma b) téglalap

**Rádás**

1. a) 11 b) Kb. ÉK felé.
2. Például:



3. Tükrözzük  $P$ -re az egyik szögcsúcsot!
4. Forgassuk el  $P$  körül  $+60^\circ$ -kal vagy  $-60^\circ$ -kal az egyik egyenest!

## 70. lecke

### Feladatok

1. Egyenlők  $d$  és  $e$ ,  $u$  és  $v$ ; ellentettek  $a$  és  $w$ ,  $b$  és  $c$ ; egyenlő hosszúak, de nem egyállásúak például  $a$  és  $v$ .
3. a) Igaz. b) Egy.
4. b)  $\vec{AB}$ ;  $\vec{AC}$  vagy  $\vec{AD}$  vektorok valamelyikével
5.  $A$  és  $D$ ,  $B$  és  $F$
6. a) Végtelen.  
b) Amikor az eltolás vektora merőleges az egyenesre, hossza megegyezik  $B$  pont és az egyenes távolságával.  
c) Végtelen.

### Házi feladatok

1. Egyenlők:  $b$  és  $d$ ; illetve  $e$  és  $g$ . Ellentettek:  $a$  és  $c$ ; illetve  $f$  és  $h$ .
2. Igaz: 3; hamis: 1; 2 és 4.
3. Négyzet, 25%-a.
4. a)  $\vec{AB}$  b)  $\vec{BA}$

### Raadás

1.  $E$  és  $B$
2. a)  $D$  b)  $A$  és  $B$  esetben alulról a 2. sorban,  $C$  esetben alulról a 3. sorban.

## 71. lecke

### Feladatok

1. Egyenlő szárú háromszöget; deltoidot.
2.  $AB$  a kör átmérője. Ekkor  $P'P$  egy  $AB$ -re merőleges húr.
3. Eltolással.
4. b)  $60^\circ$ -os forgatással.

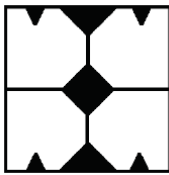
### Házi feladatok

2. Deltoid, területe  $432 \text{ mm}^2$ .
3. c) 0 vagy 1.  
d) Párhuzamos tengelyek esetén eltolással, merőleges tengelyek esetén középpontos tükrözéssel.

### Ráadás

1. A 4. sorban lévő. (A 3. sorban álló feliratban nem jó irányban áll az S betű.)

2.



3. a) Jobb felső sarokban.                      b) Bal alsó sarokban.
4.  $12 : 55$
5. Tükrözzük az egyik kört az egyenesre!
6.  $P$  középpontú,  $AP$  sugarú kört.

### Emelt szint

1. b) Szabályos nyolcszög alapú gúla.
2. a) 8 lapja, 12 éle, 6 csúcsa (szabályos oktaéder).                      b) Az alapsíkra való tükrözéssel.
3. a) Négyzetes oszlop.                                      b) Négyzetes oszlop.                                      c) Kocka.
4. a) 30 lapja, 60 éle, 32 csúcsa.  
b) Eltolás, lapközéppontra való tükrözés, oldallapra való tükrözés.

## 72. lecke

### Feladatok

1. c) Területe  $6 \text{ cm}^2$ , kerülete  $\approx 15,85 \text{ cm}$ .

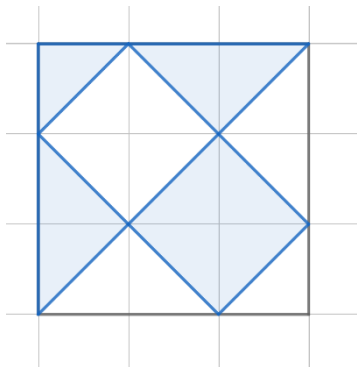
2. a) Tengelyes tükrözés van, tengelye  $BC$  felezőmerőlegese. Középpontos tükrözés van, középpontja a  $BC$  szakasz felezőpontja. Forgatás van, középpontja a  $BC$  szakasz felezőpontja. Eltolás van, vektora az  $\overrightarrow{AC}$  vagy a  $\overrightarrow{CA}$  vektor.

b) Tengelyes tükrözés nincs. Középpontos tükrözés van, középpontja a  $BC$  szakasz felezőpontja. Forgatás van, középpontja a  $BC$  szakasz felezőpontja. Eltolás van, vektora az  $\overrightarrow{AC}$  vagy a  $\overrightarrow{CA}$  vektor.

c) Tengelyes tükrözés nincs. Középpontos tükrözés nincs. Forgatás van, két lényegesen különböző módon: egyik középpont a  $BC$  szakasz felezőmerőlegesének és az  $AD$  szakasz felezőmerőlegesének metszéspontja, másik középpont az  $AC$  szakasz felezőmerőlegesének és a  $BD$  szakasz felezőmerőlegesének metszéspontja. Eltolás nincs.

3. b) A forgatás középpontja a  $B$  pont, a forgatás szöge  $90^\circ$ .

4.



6 Visszajutunk a kiindulási körhöz a), b) és c) esetben, a) és b) esetben pontonként is.

### Házi feladat

1. a) és b) A piros és zöld egyenesek középpárhuzamosára.

c) A piros egyenesre vagy bármely rá merőleges egyenesre.

d) 4 ilyen egyenes van.

2. a) és b) A piros és zöld egyenesek középpárhuzamosának tetszőleges pontjára.

c) A zöld egyenes tetszőleges pontjára.

d) A középpontjára, egy ilyen pont van.

3. a) A középpontja körül  $k \cdot 90^\circ$ -kal ( $k \in \mathbb{Z}$ )  
 b) A középpontja körül,  $k \cdot 360^\circ$ -kal ( $k \in \mathbb{Z}$ )
4. c) 51 mm
5. a) b) Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, elforgatás bármely pont körül  $k \cdot 360^\circ$ -kal ( $k \in \mathbb{Z}$ ), eltolás nullvektorral.

### Rádás

#### Feladatok

1.

- |          |            |                              |            |
|----------|------------|------------------------------|------------|
| I. eset  | a) 5,39 km | b) B-től 2,24 km, A-tól 4 km | c) 5,39 km |
| II. eset | a) 2,83 km | b) B-től 2,24 km, A-tól 3 km | c) 4,47 km |

2. a) A-ból merőlegest bocsájtunk a folyóra.                      b)  $AB$  egyenesén  
 c) A-t toljuk el a folyó szélességével, a folyóra merőlegesen  $B$  felé.  
 $A'B$  kimetszi a folyó szélét jelentő egyenesből a híd helyét.

3. Három megoldás van.

5. a) 0,732 m      b) 2,73 m

6. a) 7:30-kor      b) Nagymutató két perccel a 12-es után, kismutató majdnem a 8-asnál.

### 73. lecke

#### Feladatok

1. Hamis: B, E és F.
2. b) Téglalap.  $2772 \text{ mm}^2$ .          c) Deltoid.  $2772 \text{ mm}^2$ .
3. Végtelen. Lehet sokféle konvex vagy konkáv deltoid is.
4. Szimmetrikus trapéz.  
a) Igen.                                  b) 3 cm, 4 cm  
c) 7 cm, 1 cm                          d) 7,07 cm; 1,41 cm
5. a) 4,50 cm                              b) 2,6 cm; 5,2 cm; 2,6 cm  
c)  $11,71 \text{ cm}^2$                           d) 2,25 cm; 4,50 cm

#### Házi feladat

1. Például:  
a) eltolás, oldalfelező pontra való középpontos tükrözés, oldalfelező pont körüli forgatás.  
b)–c) tengelyes tükrözés és forgatás.
2. Két megoldás van.
4. 4 cm, 5 db.

#### Ráadás

1. Benczúr (Gyula)
2. a) 4-es                                      b) 5-ös

## 74. lecke

### Feladatok

1. a)  $35 \text{ cm}^2$     b)  $20 \text{ cm}^2$     c)  $12 \text{ cm}^2$
  
2.  $227,2 \text{ cm}^2$ ;  $42,3 \text{ m}^2$ ;  $750 \text{ dm}^2$
  
3. a) Lehet, 4 cm.                          b) Nem lehet.                          c) Lehet, 0,0083 cm.                          d) Lehet, 12 cm.
  
4. a) Nem változott.                          b)  $18,5 \text{ m}^2$ -rel.                          c)  $13 \text{ m}^2$ -rel.

### Házi feladat

1.  $729 \text{ cm}^2$ ;  $4050 \text{ m}^2$ ;  $5280 \text{ m}^2$ .
2. a)  $\approx 1,1 \text{ m}^2$                           b)  $\approx 1,4 \text{ m}^2$
3. a)  $1200 \text{ cm}^2$                           b)  $\approx 144 \text{ cm}$                           c)  $\approx 146 \text{ cm}$
4. a)  $3,78 \text{ m}^2$                           b) 437

### Emelt szint

1.  $\approx 164 \text{ m}^2$ -rel nőtt, ill. csökkent.
2. a)  $\approx 209 \text{ cm}^2$                           b)  $\approx 200 \text{ cm}^2$
3.  $360 \text{ cm}^2$
4.  $540 \text{ cm}^2$

## 75. lecke

### Feladatok

- a) 6; 9.                                  b) Szimmetriatengelye van.                                  c)  $720^\circ$   
d) 10 cm; 5 cm; 8,66 cm;  $120^\circ$ ;  $150^\circ$ ;  $90^\circ$ ; 19,3 cm                                  e) 47,3 cm;  $143,3 \text{ cm}^2$
- a) 11,3 cm és 17,4 cm                                  b)  $98,3 \text{ cm}^2$                                   c) 50%
- a)  $30^\circ$ ;  $90^\circ$ ; 13,86 cm.  
b) A bal oldali:  $60^\circ$ ,  $60^\circ$  és  $60^\circ$ ; minden oldala 8 cm.  
A jobb oldali:  $30^\circ$ ,  $30^\circ$  és  $120^\circ$ , oldalai 8 cm, 8 cm és 13,86 cm.  
A középső:  $60^\circ$ ,  $30^\circ$  és  $90^\circ$ ; oldalai 8 cm, 16 cm és 13,86 cm.  
c)  $110,9 \text{ cm}^2$ .
- b)  $112,5^\circ$ ;  $112,5^\circ$ ;  $67,5^\circ$ ;  $67,5^\circ$ . Kerülete 17,7 cm; területe  $18 \text{ cm}^2$ .
- 9,12  $\text{cm}^2$ ; 13,12 cm

### Házi feladat

- Két megoldás van.
- 24 cm;  $34,56 \text{ cm}^2$ .
- a)  $105^\circ$ .  
b) Két eset van. Ha a rövidebb oldalpár 18,4 cm, akkor 88,8 cm és  $462 \text{ cm}^2$ .  
Ha a hosszabb oldalpár 18,4 cm, akkor 62,8 cm és  $231 \text{ cm}^2$ .
- c) 25 cm                                  d)  $768 \text{ cm}^2$                                   e) 40 cm

### Ráadás

- $(a - b)/2$
- Köríven: a rögzített rúd fölé emelt Thalész-körön mozog.



## Rádás

### Feladatok

1.  $5,9 \text{ m}^2$
3. a)  $90^\circ$ -kal                      b) Egymásnak megfelelő csúcsokat összekötő szakaszok felezőmerőlegeseinek metszéspontjába.

### Házi feladat

1.  $8,12 \text{ cm}$
2.  $19,60 \text{ cm}$
3.  $16,24 \text{ cm}$
4.  $1,68 \text{ cm}$
5. Kis körcikkek:  $26,7 \text{ cm}^2$ , négyzet:  $225 \text{ cm}^2$ , kis háromszögek:  $38,6 \text{ cm}^2$ . Együtt:  $290 \text{ cm}^2$ .

## Rádás

1. a)  $20,135 \text{ m}^2$                       b) 10                      c) 21 000 Ft.
2. a) 16 csomag                      b) 41 600 Ft
3. a)  $41,7 \text{ m} \approx 42 \text{ m}$                       b) 12 180 Ft
4. a)  $9 \text{ m}^2$                       b) 9 csomag, 26100 Ft                      c) 8 db
5. 10 csomag; 32 000 Ft.
6. kb.  $61,5 \text{ m}^2$ .
7.  $70 \text{ m}^2$ .
8. 14.
9. Kb.  $56,6 \text{ m}^2$ .
10. 3 doboz.
11. 37 710 Ft.

## 76. lecke

### Feladatok

1.

trapéz	húrtrapéz	paralelogramma	deltoid	rombusz	téglalap	négyzet
8	1, 4, 5, 7, 8	2, 4, 5, 6, 8	3, 4, 5, 7	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

2. c) Mindkét esetben  $25 \text{ cm}^2$ .

3. B és D.

4. A-t toljuk el 2 km-rel a folyó mentén, s ekkor keressük meg a folyót érintő legrövidebb utat.

5. a) 12 cm                      b) 7,2 cm                      c) 4,2 cm

### Tudáspróba

- a) 3 oldalú                      b) 1                      c)  $672 \text{ cm}^2$
- a) deltoid,  $20 \text{ cm}^2$                       b) paralelogramma,  $20 \text{ cm}^2$                       c)  $20 \text{ cm}^2$
- $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$
- a) 10 cm és 13, 66 cm                      b)  $68,3 \text{ cm}^2$                       c) 7,07 cm

### Rádás

- Vissza a kezdőpontba.
- a) C

### Témazáró feladatgyűjtemény

1. c) Paralelogramma, deltoid.
2. Rombusz, 3,5 cm és 6,06 cm.
4. 4,84 cm<sup>2</sup>.
5. a) 33,9 cm<sup>2</sup>                                      b) 23,3 cm<sup>2</sup>
6. 2 megoldás van.
7. 2 megoldás.
8. Négyzetet.
9. 60°, 125°, 160°, 105°, 140°, 130°
10. AD, BE és CF átlók közös metszéspontjára középpontosan szimmetrikus a hatszög.
11. A szimmetria-középpont a háromszög súlypontja.
12. 58°, 26°, 32° és 64°
14. Igaz: A, hamis: B, C.
15. Igaz: B, C, hamis: A, D.
16. 10 cm.
17. a) 3 cm.                                      b) 17,32 cm<sup>2</sup>.
18. a) 24,25 cm.                                      b) 169,7 cm<sup>2</sup>.
19. 81 cm<sup>2</sup>.
20. Paralelogrammát. (Oldalai páronként merőlegesek az átlókra, ezért szemközti oldalai párhuzamosak.)
21. 15,5%
22. 76 : 180 : 144  
Megj: A területek aránya így is felírható:  $(20^2 - 18^2) : (18^2 - 12^2) : 12^2$ .  
A területek közelítőleg: 684; 1620; 1296 (cm<sup>2</sup>)
23. a) 112 cm<sup>2</sup>                                      b) ≈ 8,2cm                                      c) ≈ 44,5cm  
d) ≈ 16,1 cm                                      f) 224 cm<sup>2</sup>; 72,4 cm
24. 3 egység és 7 egység.
25. 4,7 cm.
26. 4 eset van. A trapéz szögei lehetnek: 40°, 140°, 40°, 140°; vagy 40°, 80°, 100°, 140°  
vagy 20°, 40°, 140°, 160°, vagy 40°, 140°, 70°, 110°.
27. a) 67,5°; 67,5°; 112,5°; 112,5°                                      b) 17,665 cm és 18 cm<sup>2</sup>

28. a) deltoid

b) téglalap,  $34,94 \text{ cm}^2$

c)  $29,82 \text{ cm}^2$

## Ráadás – JÁTÉKOK

### I. Rejtvények

1. Első, második és negyedik oszlop karikáit kell pirosra színezni.
2. Az alsó B-ből balra négyet, felfelé ötöt, jobbra négyet, le egyet, jobbra kettőt lépünk...
- 3.

5	3	2	9	X	1
1	1	X	7	2	9
X	7	3	X	4	X
6	9	8	8	9	6
3	9	X	3	6	5
8	X	1	6	0	0

### II. Fejtörők

1.  $\{(x + 2) \cdot 6 + 9\} \div 3 - 7\} \div 2 = x$
2.  $[(x + 5) \cdot 2 - 20 + 9] \cdot 3 - 6x = 3$
3. Az I. szobában.
4. 10 112 358
5. 3 cm és 6 cm.

Megj:  $ab = 2(a + b)$

Ebből az egyik tényező többszöröse kell legyen a másiknak. Legyen  $b = k \cdot a$ .

$$k \cdot a^2 = 2 \cdot a \cdot (k + 1)$$

$$a = \frac{2 \cdot (k + 1)}{k}$$

Ennek  $k = 1$  és  $k = 2$  esetén van egész megoldása.

6. Az átlóra tolta felfelé.
7. Csongor kezd, majd Balázs annyi gyufaszálat vesz el, hogy 4-gyel csökkenjen a gyufaszálok száma. Ezt Balázs mindig meg tudja tenni.
8. 52 gyufa után újra indult az előző feladatban ismerttetett helyzet.